

斜面上のビークルフォーメーション制御

鷹羽 浄嗣 宮川 祥吾 (立命館大学)

Formation Control of Vehicles on a Slope

*K. Takaba and S. Miyagawa (Ritsumeikan Univ.)

Abstract— This paper is concerned with the formation control problem of wheeled vehicles moving on a slope. Due to the non-holonomic constraint, the gravitational disturbance acting on the vehicles changes depending on their heading angles. To cope with this difficulty, we propose a new formation control method with the aid of disturbance observers which estimate the gravitational disturbances.

Key Words: Formation control, wheeled vehicle, gravitational disturbance, disturbance observer

1 はじめに

近年、ビークル(移動体)のフォーメーション制御に関する研究が活発に行なわれている^{1,2,3)}。多くの従来研究では、重力による影響を陽に考慮していないため、地上走行型ビークルに対しては水平面を走行することを前提としている。しかしながら、実環境においては、ビークルが走行する面は水平面であるとは限らず、そのような場合にビークルは斜面(走行面)の傾きに応じて重力の影響を受ける。斜面上でフォーメーション制御を実行する際には、このような重力の影響を考慮する必要があるが、斜面の傾きを事前情報として得られるとは限らない。筆者らは、質点によりモデル化したビークルに対して、積分補償により重力の影響を補償したフォーメーション制御則を導いた⁵⁾。

車両型ビークルモデルに対しては、車輪と斜面との間に滑りがないと仮定すれば、非ホロノミック制約により、重力は進行方向のみに作用し、姿勢角によってその大きさは変化するので、上述の質点モデルのような積分補償は使えない。

そこで本稿では、2輪車両型ビークルのフォーメーション制御に対して、外乱オブザーバ^{6,7)}と相対出力フィードバック制御を組み合わせることにより所望のフォーメーションを達成する制御則を提案する。

2 モデリング

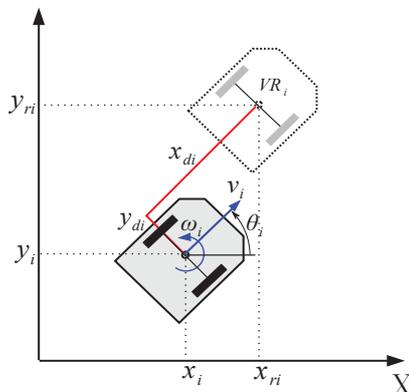


Fig. 1: Two-wheeled vehicle model

本稿では、次の運動学モデルで表される N 台の 2 輪

車両型ビークルを考える (Fig. 1)。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix}, \quad \dot{\theta}_i = \omega_i$$

ここに、 (x_i, y_i) および θ_i は斜面上に固定された直交座標系におけるビークル i の xy -座標および姿勢角である。この式をさらに微分して次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_i \\ \dot{\omega}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_i \sin \theta_i & 0 \\ \omega_i \cos \theta_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\ddot{\theta}_i = \dot{\omega}_i \quad (2)$$

仮定 1 ビークル i の車輪と斜面との間に滑りはない。

この仮定の下で、2 輪車両は横滑りしないので、非ホロノミック拘束 $\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0$ を有する。

両輪のモータに発生させるトルクから得られる並進方向の加速度 u_{xi} および角加速度 u_{yi} を制御入力として採れば、次式を得る。

$$\dot{v}_i = u_{xi} + g_{sx} \cos \theta_i + g_{sy} \sin \theta_i \quad (3)$$

$$\dot{\omega}_i = u_{yi} \quad (4)$$

ここに、 $g_s = (g_{sx}, g_{sy})$ は重力加速度 g のうち斜面方向の成分である。例えば、斜面が水平面に対して y -軸周りに 30 度傾いているとすれば、 $g_s = (-g \sin \frac{\pi}{6}, 0)$ となる。

(3),(4) 式を (1),(2) 式に代入して

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \end{bmatrix} u_i + \begin{bmatrix} -v_i \omega_i \sin \theta_i \\ v_i \omega_i \cos \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} w_i \quad (5)$$

$$w_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \end{bmatrix} g_s \quad (6)$$

非ホロノミック拘束に対処するために、変数変換

$$x_{ri} = x_i + x_d \cos \theta_i - y_d \sin \theta_i \quad (7)$$

$$y_{ri} = y_i + x_d \sin \theta_i + y_d \cos \theta_i \quad (8)$$

$$\theta_{ri} = \theta_i \quad (9)$$

を (5),(6) 式に適用することにより, 次式を得る⁴⁾.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{ri} \\ \ddot{y}_{ri} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -x_d \sin \theta_i - y_d \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & x_d \cos \theta_i - y_d \sin \theta_i \end{bmatrix} u_i \\ &\quad - \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \omega_i^2 \\ y_d \omega_i^2 - v_i \omega_i \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} w_i \end{aligned} \quad (10)$$

ここで, f_i, μ_i を次式により定義する.

$$\begin{aligned} f_i &= \begin{bmatrix} f_{xi} \\ f_{yi} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \omega_i^2 \\ y_d \omega_i^2 - v_i \omega_i \end{bmatrix} \\ \mu_i &= \begin{bmatrix} \mu_{xi} \\ \mu_{yi} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -x_d \sin \theta_i - y_d \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & x_d \cos \theta_i - y_d \sin \theta_i \end{bmatrix} u_i - f_i \end{aligned}$$

制御入力は

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{1}{x_d} \begin{bmatrix} x_d \cos \theta_i - y_d \sin \theta_i & x_d \sin \theta_i + y_d \cos \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \mu_i \\ &\quad + \frac{1}{x_d} \begin{bmatrix} (x_d^2 - y_d^2) \omega_i^2 + y_d v_i \omega_i \\ y_d \omega_i^2 - v_i \omega_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

このとき, 運動方程式 (10) は, 次式と等価となる.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ri} \\ \ddot{y}_{ri} \end{bmatrix} = \mu_i + \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} w_i \quad (12)$$

ここで, 以下の議論のために, 次のように定義する.

$$p_i := \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}, \quad q_i := \dot{p}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix}, \quad p_{ri} := \begin{bmatrix} x_{ri} \\ y_{ri} \end{bmatrix}, \quad q_{ri} := \begin{bmatrix} \dot{x}_{ri} \\ \dot{y}_{ri} \end{bmatrix},$$

$$h(\theta) := \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad h^\perp(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

ビークル間の通信は, グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ によって定められるとする. ここで, \mathcal{V} は節点 (ビークル) のインデックスの集合であり, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ は枝 (通信リンク) の集合である. もし $(i, j) \in \mathcal{E}$ ならば, ビークル i とビークル j はお互いの位置, 速度, 姿勢角の情報を交換する. このグラフについて, 以下の仮定をおく.

仮定 2

(i) \mathcal{G} は無向グラフである. つまり, ビークル間の通信は双方向である.

(ii) \mathcal{G} は連結グラフである.

グラフ \mathcal{G} のラプラシアンを L とする. 仮定 2 の下で, L は非負定値行列であり, $\text{rank} L = N - 1$ と $L \mathbf{1}_N = 0$ を満たす. ただし, $\mathbf{1}_N = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^\top \in \mathbb{R}^N$ である.

3 問題設定

基準ベクトル $\hat{p}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \end{bmatrix}$, $i = 1, \dots, N$ によって目標のフォーメーション形状を定めるものとする. また, $q^* = \begin{bmatrix} v^* \cos \theta^* \\ v^* \sin \theta^* \end{bmatrix}$ を目標速度とする. ここでの制御目標は, すべてのロボットが一定速度 q^* で移動しながら

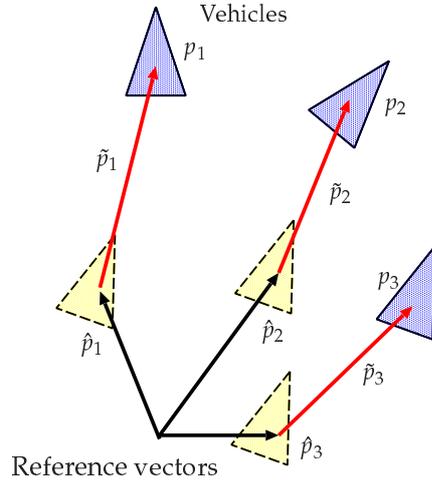


Fig. 2: Formation control problem

フォーメーションを形成すること, すなわち, 以下の条件を達成することである.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{p}_i - \tilde{p}_j\| = 0, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (13a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_i - q^*\| = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (13b)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\theta_i - \theta^*\| = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (13c)$$

ただし, $\tilde{p}_i := p_i - \hat{p}_i$ としている.

変数変換後の座標を用いれば, 上の制御目的は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{p}_{ri} - \tilde{p}_{rj}\| = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (14a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_{ri} - q^*\| = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (14b)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\theta_{ri} - \theta^*\| = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (14c)$$

と表現できる. ただし, $\tilde{p}_{ri} := p_{ri} - \hat{p}_{ri}$ であり,

$$\hat{p}_{ri} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{ri} \\ \hat{y}_{ri} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \hat{x}_i + x_d \cos \theta^* - y_d \sin \theta^* \\ \hat{y}_i + x_d \sin \theta^* + y_d \cos \theta^* \end{bmatrix}$$

である.

まとめれば, 本稿でのフォーメーション制御問題は, 未知外乱 $w_i, i = 1, \dots, N$ の下で, 任意の初期状態に対して (14) 式を満たすフィードバック制御則を設計することである.

4 フォーメーション制御則の設計

4.1 相対フィードバック制御則 (従来法)

水平面上では重力の影響が無く $w_i = 0, i = 1, \dots, N$ とみなせるので, 相対フィードバック制御則

$$\begin{aligned} \mu_i &= -k_p \sum_{j \in N_i} (\tilde{p}_{ri} - \tilde{p}_{rj}) - k_{v0} \sum_{j \in N_i} (q_{ri} - q_{rj}) \\ &\quad - k_{v1} (q_{ri} - q^*) \end{aligned} \quad (15)$$

によって, (14) 式を達成できることが知られている^{2,4)}. ただし, $k_p, k_{v0}, k_{v1} > 0$ は設計すべきフィードバックゲインである.

斜面上では, 重力による未知外乱 w_i が存在するので, 次節に述べる外乱オブザーバによって w_i の推定値を

求め、外乱補償項を上のフィードバック制御則に付加する。

なお、仮定 1 の下で非ホロノミック拘束により重力の影響は進行方向のみに作用するので、 g_s そのものを推定することは不可能であり、 g_s の進行方向成分である w_i を推定することにする。

4.2 外乱オブザーバ

(12) 式と (6) 式に基づいて、ピークル i を次の状態空間モデルで表す。

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{ri} \\ \dot{w}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & h(\theta_i) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{ri} \\ w_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \mu_i + \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta \tilde{w}_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

ただし、 $\Delta w_i = \omega_i h^\perp(\theta_i) g_s$ である。

最小次元オブザーバの理論により、 q_{ri} を観測量として w_i を推定する外乱オブザーバを次式で与える。

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= z_i - L_i q_{ri} \\ \dot{z}_i &= L_i h(\theta_i) z_i - (L_i h(\theta_i) L_i - \dot{L}_i) q_{ri} + L_i \mu_i \end{aligned}$$

ただし、 L_i はオブザーバゲインである。オブザーバゲインを $L_i = -\alpha \ell_i$ (α : 正定数, $\ell_i = h(\theta_i)^\top$) とおけば、

$$\dot{w}_i = z_i + \alpha \ell_i q_{ri} \quad (17)$$

$$\dot{z}_i = -\alpha z_i - (\alpha^2 \ell_i + \alpha \dot{\ell}_i) q_{ri} - \alpha \ell_i \mu_i \quad (18)$$

を得る。オブザーバゲイン L_i は θ_i に依存するため、上式のオブザーバは非線形システムとなっている。

ここで、外乱の推定誤差を $\tilde{w}_i := w_i - \hat{w}_i$ とおくと、(17),(18) 式および (16) 式から

$$\dot{\tilde{w}}_i = -\alpha \tilde{w}_i + \Delta w_i = -\alpha \tilde{w}_i + \omega_i h(\theta_i)^\perp g_s \quad (19)$$

を得る。したがって、 α を十分に大きくとれば、 \tilde{w}_i を $w_i = h(\theta_i)^\top g_s$ に近づけることができる。特に、 $\omega_i \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) ならば、 \tilde{w}_i は漸近的に 0 に近づく。

4.3 提案制御則

前節までの議論より、次のフォーメーション制御則を提案する。

$$\begin{aligned} \mu_i &= -k_p \sum_{j \in N_i} (\tilde{p}_{ri} - \tilde{p}_{rj}) - k_{v0} \sum_{j \in N_i} (q_{ri} - q_{rj}) \\ &\quad - k_{v1} (q_{ri} - q^*) - h(\theta_i) \tilde{w}_i \end{aligned} \quad (20)$$

$$\hat{w}_i = z_i + \alpha \ell_i q_{ri} \quad (21)$$

$$\dot{z}_i = -\alpha z_i - (\alpha^2 \ell_i + \alpha \dot{\ell}_i) q_{ri} - \alpha \ell_i \mu_i \quad (22)$$

上式によって計算された μ_i に (11) 式を適用することにより、実際の制御入力 u_i を得る。

また、(20) 式では、従来のフォーメーション制御則に対して、推定値 \hat{w}_i による外乱補償項が付加されていることに注意されたい。

以下では、提案制御則により、所期のフォーメーション制御が達成されることを考察する。 $\dot{\tilde{p}}_{ri} = \dot{p}_{ri} = q_{ri}$ と $\dot{\tilde{p}}_{rj} = \dot{p}_{rj}$ が成り立つので、閉ループシステムは

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}}_{ri} &= -k_p \sum_{j \in N_i} (\tilde{p}_{ri} - \tilde{p}_{rj}) - k_{v0} \sum_{j \in N_i} (\dot{\tilde{p}}_{ri} - \dot{\tilde{p}}_{rj}) \\ &\quad - k_{v1} (\dot{\tilde{p}}_{ri} - q^*) + h(\theta_i) \tilde{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

上式をまとめて表現すると

$$\ddot{\tilde{p}}_r = -k_p L_2 \tilde{p}_r - k_{v0} L_2 \dot{\tilde{p}}_r - k_{v1} (\dot{\tilde{p}}_r - \zeta) + H \tilde{w}, \quad (23)$$

となる。ただし、

$$\tilde{p}_r = \begin{bmatrix} p_{r1} \\ \vdots \\ p_{rN} \end{bmatrix}, \quad \tilde{q}_r = \begin{bmatrix} q_{r1} \\ \vdots \\ q_{rN} \end{bmatrix}, \quad \tilde{w} = \begin{bmatrix} \tilde{w}_1 \\ \vdots \\ \tilde{w}_N \end{bmatrix}$$

とおいている (他の変数も同様である)。また、 $L_2 := L \otimes I_2$, $H := \text{diag}(h(\theta_1), h(\theta_2), \dots, h(\theta_N))$ および $\zeta = \mathbf{1}_N \otimes q^*$ と定義した。 L は通信構造を表すグラフのラプラシアンである。

ここで、

$$V = \frac{k_p}{2} \tilde{p}_r^\top L_2 \tilde{p}_r + \frac{1}{2} (\dot{\tilde{p}}_r - \zeta)^\top (\dot{\tilde{p}}_r - \zeta) + \frac{1}{2} \tilde{w}^\top \tilde{w} \quad (24)$$

を定義する。定数ベクトル ζ は $L_2 \zeta = 0$ を満たすので、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= k_p \tilde{p}_r^\top L_2 \dot{\tilde{p}}_r + (\dot{\tilde{p}}_r - \zeta)^\top \dot{\tilde{p}}_r + \tilde{w}^\top \dot{\tilde{w}} \\ &= -k_{v0} q_r^\top L_2 q_r - k_{v1} \|q_r - \zeta\|^2 - \alpha \|\tilde{w}\|^2 \\ &\quad + \tilde{w}^\top [\Delta w - H^\top (q_r - \zeta)] \end{aligned}$$

が成り立つ。ただし、

$$\Delta w = \begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \vdots \\ \Delta w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 h_1^\perp g_s \\ \vdots \\ \omega_N h_N^\perp g_s \end{bmatrix}$$

ここで、 $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$ とおくと、 \dot{V} は

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_{v0} q_r^\top L_2 q_r - \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ q_r - \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & H^\top \\ H & k_{v1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ q_r - \zeta \end{bmatrix} \\ &\quad - \alpha_0 \|\tilde{w}\|^2 + \tilde{w}^\top (\Delta w) \end{aligned}$$

と表すことができる。 $H^\top H = I$ に注意すれば、 $\alpha_1 k_{v1} > 1$ のとき $\begin{bmatrix} \alpha_1 & H^\top \\ H & k_{v1} \end{bmatrix} > 0$ となり、上式右辺第 2 項は負となる。また、 $\alpha_0 > 0$ を十分に大きくとることにより $-\alpha_0 \|\tilde{w}\|^2 + \tilde{w}^\top \Delta w \leq 0$ とすることができる。したがって、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_p q_r^\top L_2 q_r - \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ q_r - \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & H^\top \\ H & k_{v1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ q_r - \zeta \end{bmatrix} \\ &\quad - \alpha_0 \|\tilde{w}\|^2 + \tilde{w}^\top (\Delta w) \leq 0 \end{aligned}$$

である。さらにこのとき、 $W = \frac{1}{2} \|\tilde{w}\|^2$ に対して $\dot{W} = -\alpha_0 \|\tilde{w}\|^2 + \tilde{w}^\top \Delta w \leq -\alpha_0 \|\tilde{w}\|^2 + \tilde{w}^\top \Delta w \leq 0$ となる。

よって、ラサールの不変性原理より、閉ループ系の軌道 $(\tilde{p}_r, q_r, \tilde{w})$ は、 $\{(\tilde{p}_r, q_r, \tilde{w}) \mid \dot{V} = 0, \dot{W} = 0\}$ の最大不変部分集合 Ω に漸近する。すなわち、 $q_i \rightarrow q^*$ ($t \rightarrow \infty$) $\forall i$ が成り立つ。このとき、 $\omega_i \rightarrow 0$ なので、(19) 式より $\tilde{w}_i \rightarrow 0 \forall i$ となる。さらに (23) 式より、定常状態において $k_p L_2 \tilde{p}_r = 0$ となるので、 $\tilde{p}_{ri} - \tilde{p}_{rj} \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$), $\forall i, j$ を得る。

結局、以下の主結果を得る。

定理： 仮定 1 および 2 の下で、フィードバックゲイン k_p, k_{v0}, k_{v1} を正の値、パラメータ α を十分に大きい正の値にとるとき、制御則 (20)~(22), (11) は、 N 台の 2 輪車輻ピークルに対して任意の斜度の斜面上で所期のフォーメーション (13)(または (14)) を達成する。

5 おわりに

本稿では、外乱オブザーバと相対フィードバック制御を組み合わせることにより、斜面の角度を用いることなく所期のフォーメーション制御を達成する制御則を提案した。提案制御則では、逐次的に重力の影響を推定するため、斜度の変化にも適応してフォーメーションを形成することが可能であるという利点がある。今後は、シミュレーションおよび実験による検証を行う予定である。

参考文献

- 1) W. Ren and R.W. Beard: *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control*, Springer-Verlag, 2008.
- 2) Y.O. Chen and Z. Wang: "Formation control: A review and a new consideration," *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robotics and Systems (IROS2005)*, pp. 3181-3186, 2005.
- 3) J.A. Fax and R.M. Murray: "Information flow and cooperative control of vehicle formation," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465-1476, 2004.
- 4) C. Yoshioka and T. Namerikawa: "Formation control of nonholonomic multi-vehicle systems based on virtual structure," *Proc. of 17th IFAC World Congress*, pp. 5149-5154, 2008.
- 5) 鷹羽, 宮川: "斜面上の移動体のフォーメーション制御," 第58回自動制御連合講演会, 2015.
- 6) W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo, S. S.L: "Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods –An Overview," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 63, no.2 pp. 1083-1095, 2016.
- 7) K.-S. Kim, K.-H. Rew, S. Kim: "Disturbance Observer for Estimating Higher Order Disturbances in Time Series Expansion," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 55, no.8, pp. 1905-1911, 2010.